МЕХАНИКА
MECHANICS





УДК 531 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-123-132



Напряженно-деформированное состояние торообразного бaромембранного аппарата комбинированного типа

С. И. Лазарев, О. В. Ломакина, В. Е. Буланов, И. В. Хорохорина
ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет» (г. Тамбов, Российская Федерация)

Введение. В настоящее время очистка сточных вод и технологических растворов мембранными методами считается перспективным способом обезвреживания жидких отходов. Поэтому вопрос разработки инженерной методики расчета баромембранных аппаратов является актуальным**.** Рассмотрены работы по методам расчета конструктивно-технологических параметров, проектированию мембранного оборудования, исследованиям технологических особенностей мембранных устройств, подбору расчетных схем, методов расчета на прочность и жесткость.

Материалы и методы. Рассмотрены базовые элементы корпуса мембранного аппарата комбинированного типа, предложена расчетная схема и описана методика расчета на прочность и жесткость основного несущего элемента — крышки.

Результаты исследования. Методика позволяет определить необходимые размеры оболочек и пластин для разработки мембранного аппарата комбинированного типа, оценить прочностные свойства аппаратов данного класса. Элементы конструкции аппарата (в первую очередь, несущие крышки) должны удовлетворять не только требованиям эффективности, качества разделения и очистки растворов, но и условиям безопасной эксплуатации. Поэтому проектирование крышек аппаратов должно производиться исходя из оптимальных конструктивных размеров (толщин круглых пластин, тороидальных оболочек и опорных колец). Для апробирования методики выполнен расчет напряженно-деформированного состояния конструкции мембранного аппарата на прочность и жесткость. В качестве примера рассмотрена одна крышка, представленная в форме открытой торообразной оболочки. Проведенная оценка применения данной методики, с учетом того, что оболочка сопряжена по внутреннему диаметру с круглой пластиной, а по внешнему — с кольцом, позволила определить необходимые размеры оболочек и пластин для проектирования и разработки аппарата.

Обсуждение и заключения. Полученная методика аналитического описания механического воздействия на элементы комбинированного аппарата и выполненный пример расчета торообразной оболочки и пластины позволяют оценить напряженно-деформированное состояние конструкции на прочность и жесткость. Приведены результаты расчета крышек из различных материалов при различном давлении. Нагружение комбинированного аппарата трансмембранным давлением позволило определить необходимые размеры оболочек и пластин для его проектирования и разработки.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, торообразные пластины, мембранный аппарат, прочностные характеристики, расчетная схема.

Для цитирования: Напряженно-деформированное состояние торообразного баромембранного аппарата комбинированного типа / С. И. Лазарев, О. В. Ломакина, В. Е. Буланов, И. В. Хорохорина // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 2. — С. 123–132. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-123-132



Stress-strain state of a combined toroidal baromembrane apparatus

S. I. Lazarev, O. V. Lomakina, V. E. Bulanov, I. V. Khorokhorina
Tambov State Technical University (Tambov, Russian Federation)

Introduction. Currently, the purification of wastewater and technological solutions by membrane methods is considered a promising way to neutralize liquid waste. Therefore, the task of developing an engineering method for calculating baromembrane devices is a challenge. Studies on methods involving calculation of design and process variables, membrane equipment design, research of technological features of membrane devices, selection of design schemes, as well as methods of strength and rigidity analysis, are investigated.
Materials and Methods. Basic elements of the body of the combined membrane apparatus are considered, a design scheme is proposed, and a method for calculating the strength and rigidity of the main load-bearing element, the cover, is described.
Results. The methods determine the required dimensions of shells and plates for the development of a combined membrane apparatus, and evaluate the strength properties of the devices of this class. The construction elements of the apparatus (primarily, the load-bearing covers) must meet not only the requirements of efficiency and quality of separation and cleaning of solutions, but also the conditions for safe operation. Therefore, the design of the device covers should be based on the optimal design dimensions (thicknesses of round plates, toroidal shells, and support rings). To test the method, the stress-strain state of the membrane apparatus structure was calculated for strength and rigidity. As an example, we consider one cover presented in the form of an open toroidal shell. The evaluation of the application of this technique, taking into account the fact that the shell is mated with a round plate in the inner diameter, and with a ring in the outer diameter, has provided the determination of the required parameters.
Discussion and Conclusions. The obtained method of analytical description of the mechanical impact on the elements of the combined apparatus and the example of calculating the toroidal shell and plate, enables to evaluate the stress-strain state of the structure for strength and rigidity. The results of the calculation of covers made of various materials at different pressures are presented. Loading the combined apparatus with transmembrane pressure made it possible to determine the required dimensions of the shells and plates for its design and development.

Keywords: stress-strain state, toroidal plates, membrane apparatus, strength characteristics, design scheme.

For citation: S. I. Lazarev, O. V. Lomakina, V. E. Bulanov, I. V. Khorokhorina. Stress-strain state of a combined toroidal baromembrane apparatus. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 123–132. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-2-123-132

Введение. За последние 25 лет развитие мембранной технологии значительно ускорилось. Усовершенствованию установок и аппаратов мембранного вида посвящено немало работ. Так в работе [1] была спроектирована, построена и испытана оригинальная лабораторная установка планарной геометрии мембранной дистилляции для будущего соединения с солнечной энергией. Несмотря на концептуальную простоту, оригинальная геометрия была разработана для того, чтобы обеспечить многоступенчатую компоновку, компактность, внутреннюю рекуперацию тепла и возможную интеграцию с полимерным теплообменником для окончательного нагрева рассола с помощью солнечной энергии или отработанного тепла. Кроме того, было исследовано влияние свободного воздушного зазора, проницаемого зазора и частичного вакуумного расположения воздушных зазоров.

Авторы в [2] предлагают метод многокритериальной оптимизации для определения режимных и геометрических параметров газоструйных аппаратов, приводят результаты расчетов двухступенчатой установки.

В статье [3] на основе концепции создания в аппарате направленного движения материальных потоков рассмотрена возможность интенсификации процессов смешивания сыпучих материалов за счет оптимизации конструкции аппарата. Приведены результаты экспериментальных исследований на модели центробежного смесителя с ротором в виде полого усеченного конуса с волнообразной верхней кромкой. Показано, что модернизация ротора обеспечивает повышение эффективности процесса смешивания в пересекающихся потоках сыпучего материала, позволяя повысить сглаживающую способность аппарата и интенсивность смешивания без дополнительных затрат энергии.

В статье [4] рассматриваются последние разработки по усовершенствованию конструкции мембранного модуля с помощью технологии 3D-печати. В настоящее время существуют стандарты проектирования и расчета прочности аппаратов высокого давления. Работа [5] содержит общую характеристику разработанных стандартов, рассматривает их структуру, подходы, методы расчета и проектирования, а также основные отличия от

предыдущих нормативных документов. Авторы в [6] рассматривают вопросы, связанные с расчетом времени выделения пермеата из разделяемой системы при работе баромембранной установки с наиболее распространенным замкнутым контуром циркуляции. Инженерная методика расчета оптимальных конструктивных параметров фланца электробаромембранного аппарата плоскокамерного типа описана в статье [7]. В работах [8–10] авторы разработали конструкцию электробаромембранного аппарата трубчатого типа для очистки технологических растворов, предложили модифицированные уравнения для теоретического расчета и прогнозирования производительности и качества процесса электронанофильтрации. Анализу напряженно-деформированного состояния, учитывающего преобразование формы конструкции путем складывания повторяющихся фрагментов в плоскости наименьшей жесткости, посвящена статья [11]. Также для анализа и моделирования напряженно-деформированного состояния различных элементов аппаратов часто прибегают к методу конечных элементов. Так в работе [14] смоделирован процесс взаимодействия абразивной частицы и поверхности детали, проанализировано ее напряженно-деформированное состояние. Представлены результаты численных экспериментов, которые позволили установить, как распределяются эквивалентные пластические деформации при глубинах внедрения конуса 0,01 мм и 0,05 мм. Таким образом, авторы занимаются вопросами исследования технологических особенностей таких устройств, подбором расчетных схем, методов расчета на прочность и жесткость. В данной работе авторами предложено оптимизировать конструкцию с целью снижения материальных затрат.

Выполненный обзор источников [1–11] по методам расчета конструктивно-технологических параметров и проектирования мембранного оборудования, позволил сформулировать цель работы — разработать перспективную конструкцию аппарата комбинированного типа, определить механические нагрузки на его части, выработать рекомендации по проектированию. Элементы конструкции аппарата (в первую очередь, несущие крышки) должны удовлетворять не только требованиям эффективности и качества разделения и очистки растворов, но и условиям безопасной эксплуатации [12–13]. Поэтому проектирование крышек аппаратов должно производиться исходя из оптимальных конструктивных размеров (толщин круглых пластин, тороидальных оболочек и опорных колец).

Материалы и методы. Базовыми элементами корпуса данного аппарата являются верхняя и нижняя крышки. Они соединены между собой замковым байонетным кольцом (рис. 1). Исходя из того, что крышки имеют одинаковые геометрические размеры, а их нагружение различается только на величину собственного веса, рассматривать будем лишь одну — верхнюю.

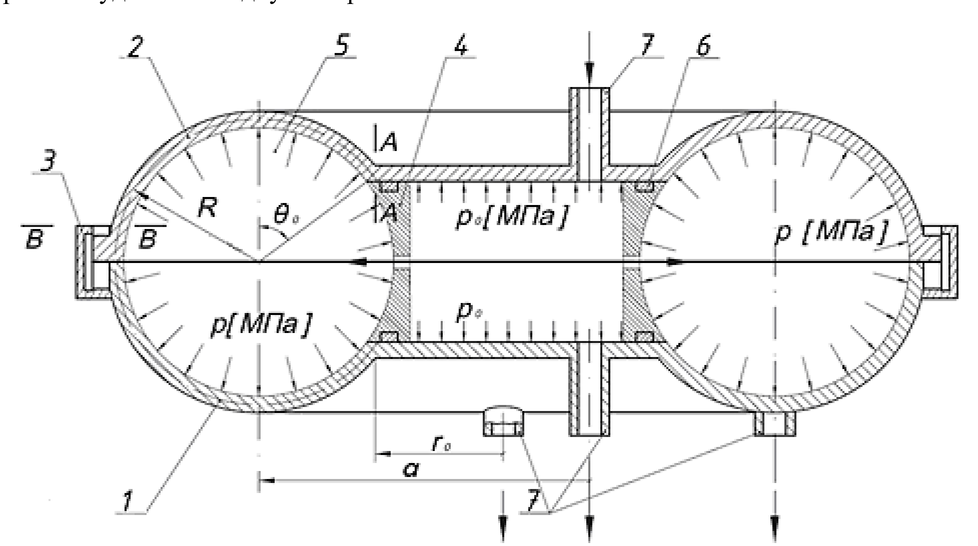


Рис. 1. Конструкция баромембранного аппарата: 1 — крышка нижняя; 2 — крышка верхняя; 3 — кольцо замковое байонетное; 4 — плоскокамерный модуль; 5 — трубчатый модуль; 6 — уплотнение; 7 — входной и выходной патрубки

Рассмотрим расчетную схему данной конструкции (рис. 2). Верхняя крышка находится под воздействием давления на круглую пластину со стороны плоскокамерного модуля и на стенку торообразной оболочки со стороны трубчатого модуля. Показываем неизвестные внутренние усилия в сечениях: А–А (сопряжение оболочки и круглой пластины), В–В (оболочки и кольца), продольную силу T_{MB}, поперечные силы Q_A, Q_B, изгибающие моменты M_A.

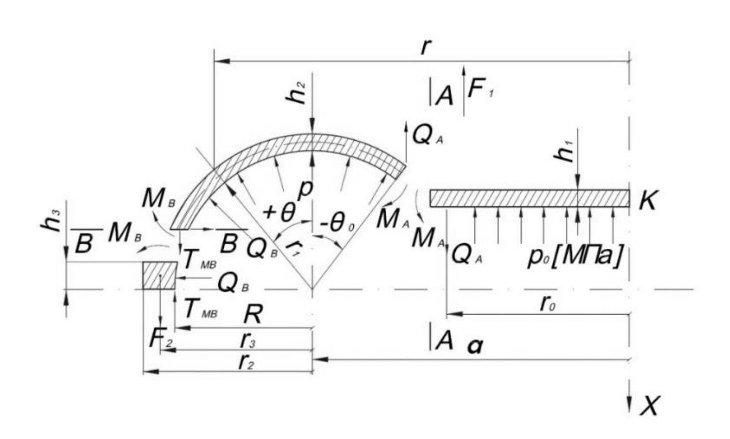


Рис. 2. Расчетная схема крышки

Данные усилия распределены по окружности и, за исключением T_{MB}, являются неизвестными. Они могут быть найдены из условия совместности деформаций.

Введем обозначения: $N_0^*, N_\phi^*, Q^*, M_A^*$ — усилия, обусловленные действием давления *p* и осевой силы F; R — радиус меридионального сечения тора; a — радиус круговой оси тора; r_0 — радиус круглой пластины; $F_1 = p_0 \pi r_0^2$ — осевая сила ($\theta = \theta_1$); θ_0 — угол в месте сопряжения торообразной оболочки и круглой пластины; θ — переменный угол сечения оболочки; ϕ_B^K — угол поворота кольца; E, ν — модуль упругости материала оболочки и коэффициент Пуассона; $\vartheta_A^{ПЛ}$ — угол поворота пластины; h_2 — толщина оболочки; h_3 — толщина кольца; p_0 — давление на пластину; ξ_B^K — радиальное перемещение кольца; $D_1 = \dfrac{Eh_1}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость пластины; $N = ph_3(a+R) + Q_B(a+R)$ — кольцевое тангенциальное усилие; $M = P(a+r_3)^2 - T_{MB}(a+R)^2 + M_B(a+R) + Q_B(a+R)\dfrac{h_3}{2}$ — кольцевой изгибающий момент; $F_2 = p_0\pi r_0^2 + p\pi[(a+R)^2 - r_0^2]$ — осевое усилие, приходящееся на кольцо при $\theta = \theta_0$; $\alpha = \dfrac{R}{a}$; $\lambda = \sqrt[6]{12(1-\nu^2)} \cdot (\alpha\beta)^{1/3}$; $\beta = \dfrac{R}{h_2}$; $T_{MB} = \dfrac{F_2}{2\pi(a+R)}$; $I_1 = h_3 \ln\left(\dfrac{a+r_2}{a+R}\right)$; $I_3 = \dfrac{h_3^3}{12}\ln\left(\dfrac{a+r_2}{a+R}\right)$ — геометрические характеристики кольцевого сечения.

Сечение A–A (сопряжение оболочки и круглой пластины)

$$\left.\begin{aligned} u_A^* + \alpha_{11}(Q_A - Q_A^*) + \alpha_{12}(M_A - M_A^*) = u_A^{ПЛ} \\ \vartheta_A^* + \alpha_{12}(Q_A - Q_A^*) + \alpha_{22}(M_A - M_A^*) = -\vartheta_A^{ПЛ} \end{aligned}\right\}. \tag{1}$$

Сечение B–B (оболочка и кольцо)

$$\left.\begin{aligned} u_B^* + \alpha_{11}(Q_B - Q_B^*) + \alpha_{12}(M_B - M_B^*) = \xi_B^K; \\ \vartheta_B^* + \alpha_{12}(Q_B - Q_B^*) + \alpha_{22}(M_B - M_B^*) = \phi_B^K. \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

где радиальные и угловые перемещения оболочки $u_A^*, u_B^*, \vartheta_A^*, \vartheta_B^*$ в сечениях A–A и B–B, вызванные внутренним давлением *p*, определяются по формулам:

$$u^* = \frac{a(1+\alpha \cdot \sin\theta)}{Eh_2}(N_\phi^* - \nu N_0^*);$$

$$\vartheta^* = -\sqrt{12(1-\nu^2)}\,\frac{F_1 \cdot \lambda}{2\pi E h_2^2}\phi(\theta)\,\mathrm{Re}[-\lambda\omega(\theta)]; \tag{3}$$

$$N_\theta^* = \frac{pR}{2}\left[\frac{2+\alpha\sin\theta}{1+\alpha\sin\theta} - \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta}\cdot\frac{2+\alpha\sin\theta_0}{1+\alpha\sin\theta}\right] + \frac{F_1}{2\pi\alpha}\cdot\frac{1}{\sin\theta(1+\alpha\sin\theta)}$$
$$-\frac{F_1}{2\pi\alpha}\cdot\frac{\varphi(\theta)\cos\theta}{1+\alpha\sin\theta}\cdot\left\{\lambda I_m E\left[-\lambda\omega(\theta)\right] + \frac{1}{\omega(\theta)}\right\}. \tag{4}$$

$$N_{\varphi}^{*}=\frac{pR}{2}\left[1+\frac{\sin\theta_0}{\alpha}\cdot\frac{2+\alpha\cdot\sin\theta_0}{\sin^2\theta}\right]-\frac{F_1}{2\pi r_1}\cdot\frac{1}{\sin^2\theta}-\frac{F_1}{2\pi r_1}\times$$
$$\times\left\{-\lambda^2\varphi(\theta)\omega'(\theta)I_mE'\left[-\lambda\omega(\theta)\right]+\lambda\varphi'(\theta)I_mE\left[-\lambda\omega(\theta)+\frac{\varphi'(\theta)}{\omega(\theta)}-\frac{\varphi(\theta)\omega'(\theta)}{\omega^2(\theta)}\right]\right\}, \quad (5)$$

$$Q_B^{*}=N_{\theta}^{*}\cos\theta-\frac{F_1\lambda\sin^2\theta}{2\pi a(1+\alpha\sin\theta)}\left\{I_mE\left[-\lambda\omega(\theta)\right]+\frac{1}{\lambda\omega(\theta)}\right\},$$

$$M_{\theta}^{*}=\frac{1}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}\cdot\frac{F_1h_1\lambda^2}{2\pi R}\left[\varphi(\theta)\omega'(\theta)\cdot\operatorname{Re}E'\left[-\lambda\omega(\theta)\right]\right], \quad (6)$$

$$M_{\varphi}^{*}=\nu M_{\theta}^{*}.$$

Оболочку можно считать длинной, если выполняется неравенство

$$\left|\omega(\theta_2)-\omega(\theta_1)\right|>\frac{3{,}0}{\lambda}. \quad (7)$$

Для такого вида торообразной оболочки коэффициенты при M и Q в уравнениях (1)–(2) определяются по формулам:

$$\alpha_{11}=\frac{a}{\alpha}\lambda\omega_0'(1+\alpha\cdot\sin\theta_1)^2+\frac{\left[\operatorname{Re}h_{10}'\right]^2+[I_mh_{10}']^2}{\operatorname{Re}h_{10}I_mh_{10}'-I_mh_{10}\cdot\operatorname{Re}h_{10}'}\cdot\frac{1}{Eh_2}; \quad (8)$$

$$\alpha_{12}=-\sqrt{12(1-\nu^2)}\cdot a(1+\alpha\cdot\sin\theta_1)\cdot\frac{\operatorname{Re}h_{10}\cdot\operatorname{Re}h_{10}'+I_mh_{10}\cdot I_mh_{10}'}{\operatorname{Re}h_{10}I_mh_{10}'-I_mh_{10}\cdot\operatorname{Re}h_{10}'}\cdot\frac{1}{Eh_2^2}; \quad (9)$$

$$\alpha_{22}=12(1-\nu^2)\frac{R}{\lambda\omega_0'}\cdot\frac{[\operatorname{Re}h_{10}]^2+[I_mh_{10}]^2}{\operatorname{Re}h_{10}\cdot I_mh_{10}'-I_mh_{10}\cdot\operatorname{Re}h_{10}'}\cdot\frac{1}{Eh_2^3}. \quad (10)$$

В таблицах (1–5)[1] приведены значения функций $\phi(\theta),\omega(\theta),\omega'(\theta),\operatorname{Re}h_1,\operatorname{Re}h_1',\operatorname{Re}[-\lambda\omega(\theta)],I_mE[-\lambda\omega(\theta)],I_mh_1,I_mh_1'$. Данные зависимости будут справедливы для случая, когда $\lambda^3>5$. Их можно получить, используя метод асимптотического интегрирования [14].

Угловые и линейные перемещения кольца и круглой пластины могут быть выражены

$$\vartheta_A^{ПЛ}=-\frac{p_0r_0^3}{8D_1(1+\nu)}+\frac{M_Ar_0}{D_1(1+\nu)}; \quad (11)$$

$u_A^{ПЛ}=0$ — пластина в своей плоскости нерастяжима;

$$\xi_B^{K}=\frac{N}{EI_1}+\frac{\phi h_3}{2}; \quad (12)$$

$$\phi_B^{K}=\frac{M}{EI_3}, \quad (13)$$

Определяя неизвестные усилия в точках сопряжения оболочки, пластины и кольца M_A,Q_A,M_B,Q_B, можно определить напряжения и деформации в любом сечении крышки:
для круглой пластины

$$\sigma_{\phi\max}=\frac{6M_{\phi}}{h_1^2}; \quad (14)$$

$$\sigma_{r\max}=\frac{6Mr}{h_1^2}=\nu\cdot\sigma_{\phi\max}; \quad (15)$$

для торообразной оболочки

$$\sigma_{\theta\max}=\sigma_{\theta\max}^{(u)}+\sigma_{\theta\max}^{(p)}=\frac{6M_{\theta}}{h_2^2}+\frac{1+0{,}5\alpha\cdot\sin\theta}{1+\alpha\cdot\sin\theta}\cdot\frac{pr_1}{h_2}; \quad (16)$$

$$\sigma_{\phi\max}=\sigma_{\phi\max}^{(u)}+\sigma_{\phi\max}^{(p)}=\frac{6M_{\phi}}{h_2^2}+\frac{pr_1}{h_2}, \quad (17)$$

[1] Биргер, И. А. Прочность, устойчивость, колебания / И. А. Биргер, А. Я. Пановко // Справочник в 3-х томах. Т.1 Москва: Машиностроение». 1988. 415 с.

где $\sigma^{(p)}_{\theta\max}, \sigma^{(p)}_{\phi\max}$ — растягивающие напряжения, найденные по безмоментной теории; $\sigma^{(u)}_{\theta\max}, \sigma^{(u)}_{\phi\max}$ — напряжения от изгиба.

Максимальные нормальные напряжения в кольце

$$\sigma^{K}_{\max} = \frac{N}{(a+R)} + \frac{M \cdot h_3/2}{(a+R)I_3}. \quad (18)$$

Для наибольших напряжений и перемещений в торообразной оболочке используем формулы [15]:
для случая $\theta_* = 0$,

$$\sigma^{p}_{\phi} = \sigma_v \cdot 2{,}15(1-\nu^2)^{1/3} \cdot \alpha^{-1/3} \cdot \beta^{2/3} + \frac{pR}{h_2},$$

в точке $\theta_* = \pm\frac{1{,}225}{\lambda}$,

$$\sigma_\theta = \pm\sigma_v \cdot 2{,}99(1-\nu^2)^{-1/6} \cdot \alpha^{-1/3} \cdot \beta^{2/3}\left[\phi(\theta_*)\omega'(\theta_*)\right] + \frac{1+0{,}5\alpha \cdot \sin\theta_*}{1+\alpha \cdot \sin\theta_*} \cdot \frac{pR}{h_2}, \quad (19)$$

где $\sigma_v = \frac{F_0}{2\pi a h_2}; F_0 = p\pi r_0^2 + p_0\pi(a^2 - r_0^2)$.

Рассчитать максимальное осевое перемещение в точке А ($\theta = \theta_1$) и максимальный прогиб в центре пластины можно по формулам:

$$\delta_A = u_{XA} = \frac{2}{\lambda^3} \cdot \frac{12(1-\nu^2) \cdot R^3}{4Eh_2^3 \cdot a} \cdot F_1, \quad (20)$$

$$u^{ПЛ}_{К} = u_{XA} + \frac{(5+\nu)p_0 r_0^4}{(1+\nu) \cdot 64D_1} + \frac{M_A \cdot r_0^2}{(1+\nu) \cdot 2D_1}. \quad (21)$$

Условие прочности можно выразить (IV теория)

$$\sigma^{IV}_{Э} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \le [\sigma], \quad (22)$$

а условие жесткости

$$u_{X\max} \le [u_X], \quad (23)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения в опасных точках крышки; $[\sigma]$ — допускаемое напряжение для материала крышки, $[u_X]$ — допускаемый прогиб для крышки в осевом направлении.

Результаты исследования. На рис. 3 представлена расчетная схема торообразной оболочки.

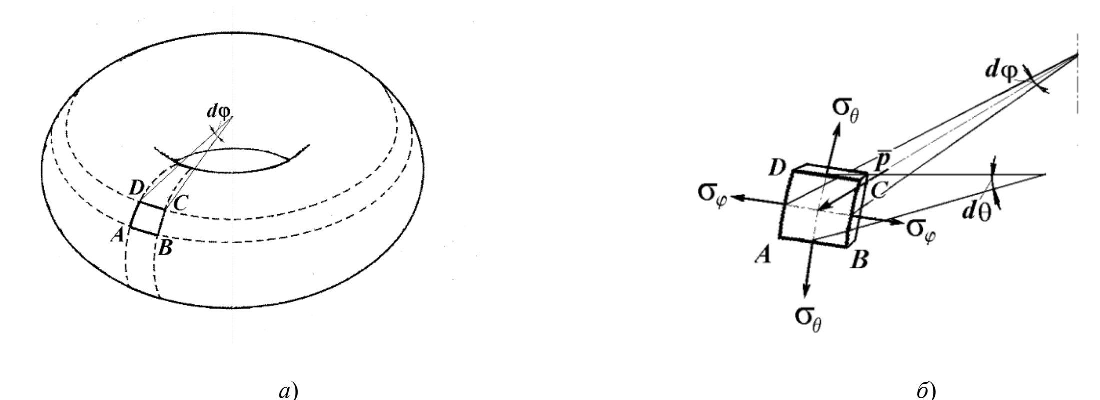


Рис. 3. Расчетная схема торообразной оболочки:
а — торообразная оболочка; *б* — элемент оболочки под действующим давлением

Во время рабочего процесса аппарата действует рабочее давление p_0 со стороны плоскокамерного модуля на круглую пластину, со стороны трубчатого модуля на стенки оболочки действует давление p, которое в своем максимальном значении составляет около трети от рабочего.

Кроме зон закрепления оболочки, в которых возникают значительные напряжения, вызванные изгибным эффектом, учитывая тонкость оболочки ($\frac{\delta}{R} \le \frac{1}{20}$) можно принять, что напряжения, возникающие в оболочке, постоянны по толщине. В этом случае теория называется безмоментной теорией.

Из оболочки, изображенной на рис. 3 *а*, выделим двумя меридиональными плоскости (т.е. плоскостями, проходящими через ось вращения оболочки) с углом $d\phi$ между ними и двумя плоскостями, перпендикулярными оси тора *AB* и *CD*, элемент *ABCD*.

Нормальные напряжения, действующие по граням *AC* и *BD*, в направлении касательной к окружности, называются окружными напряжениями σ_ϕ. Нормальные напряжения, действующие по граням *AB* и *CD* в меридиональном направлении, называют меридиональными напряжениями σ_θ. Кроме напряжений σ_ϕ и σ_θ на элемент оболочки перпендикулярно поверхности действует внутреннее избыточное давление *p*.

Уравнение, связывающее между собой эти три величины, является основным в безмоментной теории оболочек и называется уравнением Лапласа:

$$\frac{\sigma_\phi}{r} + \frac{\sigma_\theta}{R} = \frac{p}{\delta}, \qquad (24)$$

где *R* — радиус срединной поверхности тора; *r* — расстояние до оси вращения; δ — толщина стенки тора.

Для рассматриваемой оболочки и при отсчете угла θ от вертикальной оси в [13] предлагаются следующие формулы:

для наружной части тора $\left(0^\circ \le \theta \le 90^\circ\right)$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2\delta}\left[\frac{\left(a + R\sin\theta\right)^2 - a^2}{\left(a + R\sin\theta\right)\sin\theta}\right],$$

$$\sigma_\phi = \frac{p}{\delta}\left[\left(a + R\sin\theta\right) - \frac{\left(a + R\sin\theta\right)^2 - a^2}{2R\sin\theta}\right] \qquad (25)$$

для внутренней части тора $\left(\theta_0 \le \theta \le 0^\circ\right)$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2\delta}\left[\frac{a^2 - \left(a + R\sin\theta\right)^2}{\left(a + R\sin\theta\right)\left|\sin\theta\right|}\right],$$

$$\sigma_\phi = \frac{p}{\delta}\left[\left(a + R\sin\theta\right) + \frac{a^2 - \left(a + R\sin\theta\right)^2}{2R\sin\theta}\right]. \qquad (26)$$

где *a* — радиус круговой оси тора.

Из условия статического равновесия оболочки, отсеченной цилиндрическим сечением радиуса *a*, учитывая, что кольцевые волокна при $\theta = 0^\circ$ не деформируются $\sigma_\phi = 0$, а σ_θ может быть найдена по формуле:

$$\sigma_\theta = \frac{pR}{\delta}, \qquad (27)$$

для напряжений σ_ϕ предложена упрощенная формула

$$\sigma_\phi = pR\sin\frac{\theta}{2\delta}. \qquad (28)$$

При проектном расчете с погрешностью до 5 % необходимая толщина торообразной оболочки может быть найдена

— по меридиональным напряжениям

$$\delta \ge \frac{pR}{\left[\sigma_p\right]}. \qquad (29)$$

— по окружным напряжениям

$$\delta \ge \frac{pR\sin\theta}{2\left[\sigma_p\right]}. \qquad (30)$$

Из полученных величин выбирают большее значение.

При этом для сосудов и аппаратов, работающих под избыточным давлением, стандарт[2] рекомендует следующее условие прочности:

$$S \ge S_p + C, \qquad (31)$$

[2] СТП 10–04–02 Расчет на прочность сосудов и аппаратов. Том 1. Расчет на прочность вертикальных и горизонтальных аппаратов / ООО НТП «Трубопровод». Москва, 2005. 190 с.

где C — сумма прибавок к расчетным толщинам стенок, мм; S_p — расчетная толщина стенки (в нашем случае $S_p = \delta$).

Расчет круглой пластины с отверстием, нагруженной внутренним давлением, производится по формулам (32)–(34).

Расчетная толщина пластины:

$$S_{1p} = K \cdot K_0 \cdot D \sqrt{\frac{p}{[\sigma]}}. \qquad (32)$$

Условие выполнения прочности пластины

$$S_1 \geq S_{1p} + C. \qquad (33)$$

Обсуждение и заключения. Значение коэффициента K определяется в зависимости от вида соединения частей крышки и для данного варианта соответствует значениям:

$$\frac{S - C}{S_1 - C} \leq 0{,}5; \; K = 0{,}41$$

$$\frac{S - C}{S_1 - C} \geq 0{,}5; \; K = 0{,}38$$

Во всех случаях толщина круглой пластины должна быть больше или равна толщине торообразной части.

Значение коэффициента ослабления для пластин, имеющих одно отверстие K_0:

$$K_0 = \sqrt{1 + \frac{d}{D_p} + \left(\frac{d}{D_p}\right)^2}, \qquad (34)$$

где d — диаметр отверстия.

Если неравенство $\frac{S_1 - C}{D} \geq 0{,}11$; $S_1 - CD \geq 0{,}11$ s1-CD≥0,11 не выполняется, вводится поправочный коэффициент:

$$K_p = \frac{2{,}2}{1 + \sqrt{1 + \left(6 \frac{S_1 - C}{D}\right)^2}}; \; K_p = 2{,}21 + 1 + \left(6S_1 - CD\right)2.$$

Необходимо учитывать, что прочностные характеристики стеклопластика во многом более высокие, чем у стали. Предел прочности (для металлов — предел текучести) для стали составляет 240 МПа, для алюминия — 50–440 МПа, для стеклопластика — 800–1700 МПа[3]. Однако, необходимо учитывать, что́ является связующим веществом. Им могут быть полиэфирные, фенол-формальдегидные, эпоксидные, кремнийорганические смолы, полиамиды, алифатические полиамиды, поликарбонаты и др. Выбор связующего вещества оказывает влияние на величину предела прочности стеклопластика.

Допускаемое избыточное внутреннее давление в торообразной части:

$$[p] = \frac{[\sigma](S - C)}{R}. \qquad (35)$$

Допускаемое давление на круглую пластину определяется по формуле

$$[p] = \left(\frac{S_1 - C}{K \cdot K_0 \cdot D}\right)^2 \cdot [\sigma]. \qquad (36)$$

В дальнейшем рассчитанная величина допускаемого избыточного давления умножается на этот коэффициент.

Используя данные таблиц «Физико-механические характеристики композиционного материала» и «Сравнение физико-механических показателей различных материалов», произведем расчет.

В таблице 1 приведены результаты расчета крышек из различных материалов при различном давлении. В числителе приведены толщины тороидальной части, в знаменателе — круглой пластины.

[3]Сравнительная характеристика свойств стеклопластика, стали и алюминиевых сплавов / Аквапром : [сайт]. URL: www.aquaprom24.ru (дата обращения: 22.03.2021).

Таблица 1

Расчет толщин крышек

Давление, МПа	Материалы			
	ПА 6–210/310 ОСТ 6–06-С9–93	ПА66-ЛТО-СВ30	Ст. 3	Композит[4]
0,5	0,62/3,46	0,31/2,45	0,25/2,19	0,22/2,14
1	1,24/4,89	0,62/3,45	0,50/3,09	0,45/2,92
2	2,48/6,92	1,24/4,87	0,99/4,36	0,89/4,04
3	3,69/8,47	1,85/5,96	1,49/5,35	1,34/5,02
5	6,18/10,93	3,09/7,71	2,47/6,91	2,23/6,53
10	12,32/15,46	6,16/10,91	4,93/9,77	4,48/9,23

Во всех случаях к этим величинам добавляется величина c — сумма прибавок к расчетным толщинам стенок (величина СТП 10–04–02 не нормируется).

Приведенная методика аналитического описания механического воздействия на элементы комбинированного аппарата и выполненный пример расчета торообразной оболочки и пластины позволяют оценить напряженно-деформированное состояние конструкции на прочность и жесткость. Трансмембранное давление, оказываемое на комбинированный аппарат, дало возможность авторам определить необходимые размеры оболочек и пластин для его проектирования и разработки

Библиографический список

1. Development of a Membrane Distillation module for solar energy seawater desalination / A. Cipollina, M. G. Di Sparti, A. Tamburini, G. Micale // Chemical Engineering Research and Design. — 2012. — Vol. 90 (12). — P. 2101−2121. https://doi.org/10.1016/j.cherd.2012.05.021

2. Многокритериальная оптимизация параметров газоструйных аппаратов / Т. А. Юсупов, В. М. Емельянов, А. М. Гумеров, А. И. Рудаков // Вестник Казанского технологического университета. — 2003. — №2. — С. 131–136.

3. Иванец, В. Н. Интенсификация процесса смешивания путем оптимизации конструкции аппарата / В. Н. Иванец, А. В. Сибиль // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. — 2010. — №4(316). — С. 66–67.

4. The potential to enhance membrane module design with 3D printing technology / Jian-Yuan Lee, Wen See Tan, Jia An [et al.] // Journal of Membrane Science. — 2016. — Vol. 499. — P. 480–490. https://doi.org/10.1016/j.memsci.2015.11.008

5. Volfson, B. New Russian National Standards on Pressure Vessel and Apparatus Design and Strength Calculation / B. Volfson // Proc. ASME 2009 Pressure Vessels and Piping Conference. Vol. 1: Codes and Standards. Prague, Czech Republic. — 2009. — P. 531–535. https://doi.org/10.1115/PVP2009-77840

6. Теоретические аспекты прогнозирования производительности баромембранных установок для разделения жидких полидисперсных систем / С. П. Бабенышев, С. А. Емельянов, В. Е. Жидков [и др]. // Научное обозрение. — 2012. — №5. — С. 468–470.

7. Кочетов, В. И. Оптимизация конструктивных параметров фланца электробаромембранного аппарата плоскокамерного типа / В. И. Кочетов, В. Ю. Попов // Механики XXI веку. — 2012. — №11. — С. 92–96.

8. Kovaleva, O. Development and calculation of an electrobaromembrane apparatus for purifying process solutions / O. Kovaleva, S. Lazarev, S. Kovalev // Chemical and Petroleum Engineering. — 2017. — Vol. 53 (1/2). — P. 21–25. https://doi.org/10.1007/s10556-017-0287-9

9. Improved design of an electrobaromembrane apparatus and calculation of the parameters of the housing chamber when subjected to the effect of excess pressure / V. I. Kochetov, S. I. Lazarev, S. V. Kovalev [et al.] // Chemical and Petroleum Engineering. — 2018. — Vol. 54 (1–2). — P. 82−86. https://doi.org/10.1007/s10556-018-0443-x

10. Flat-chamber electrobaromembrane apparatus with improved characteristics and its calculation method / S. I. Lazarev, S. V. Kovalev, O. A. Kovaleva [et al.] // Chemical and Petroleum Engineering. — 2019. — Vol. 55 (1–2). — P. 114−121. https://doi.org/10.1007/s10556-019-00590-0

[4] Эпоксидный композиционный материал (стеклопластик) производства фирмы ООО «Эволюшн Моторс» / Evomotors : [сайт]. URL : evolmotors.ru (дата обращения : 19.03.2021).

11. Gaydzhurov, P. P. Study of stress-strain states of a regular hinge-rod constructions with kinematically oriented shape change / Peter P. Gaydzhurov, Elvira R. Iskhakova, Nadezhda G. Tsaritova // International journal for computational civil and structural engineering. — 2020. — Vol. 16 (1). — P. 38–47. https://doi.org/10.22337/2587-9618-2020-16-1-38-47

12. Соловьев, А. Н. Метод конечных элементов в моделировании центробежно-ротационной обработки / А. Н. Соловьев, М. А. Тамаркин, Н. В. Тхо // Advanced Engineering Research. — 2019. — Т.19, № 3. — С. 214–220. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220

13. Бояршинов, С. В. Основы строительной механики машин. Учебное пособие для студентов вузов / С. В. Бояршинов. — Москва: Машиностроение, 1973. — 456 с.

14. Геворкян, Р. С. Асимптотические решения связанных динамических задач термоупругости для анизотропных в плане неоднородных тороидальных оболочек / Р. С. Геворкян // World science. — 2016. — Т.1, №9 (13). — С. 14–29.

15. Легостаев, В. Л. Методика расчета торообразных оболочек по безмоментной и моментной теориям прочности / В. Л. Легостаев, Е. Д. Мордовин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. — 2007. — Т. 13, № 3. — С. 795–801.

Поступила в редакцию 05.04.2021
Поступила после рецензирования 26.04.2021
Принята к публикации 30.04.2021

Об авторах:

Лазарев Сергей Иванович, заведующий кафедрой «Механика и инженерная графика», ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет» (392000, РФ, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106), доктор технических наук, профессор, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0746-5161 , sergey.lazarev.1962@mail.ru

Ломакина Ольга Владимировна, доцент кафедры «Механика и инженерная графика», ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет» (392000, РФ, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106), кандидат педагогических наук, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6908-6055 , lomakinaolga@mail.ru

Буланов Владимир Евгеньевич, доцент кафедры «Механика и инженерная графика», ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет» (392000, РФ, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106), кандидат технических наук, доцент, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8973-7513, 0212wladimir@mail.ru

Хорохорина Ирина Владимировна, доцент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», (392000, РФ, г. Тамбов, ул. Советская, д.106), кандидат технических наук, доцент, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8947-6181, geometry@mail.nnn.tstu.ru

Заявленный вклад авторов:

С. И. Лазарев — постановка цели и задачи исследования, обсуждение результатов. О. В. Ломакина — проведение обзора, выбор метода решения, подготовка текста. В. Е. Буланов — проведение расчетов, формирование выводов. И. В. Хорохорина — анализ результатов исследования, доработка текста окончательной версии.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.